

Quarks und Jets

Seminararbeit

Richard Brauer
Betreuer: Prof. Dr. Joachim Mnich

Vortrag gehalten am
11. Juni 2001

Zusammenfassung

Im Standardmodell der Teilchenphysik werden Hadronen als gebundene Zustände von elementaren, nicht-leptonischen Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen, den sogenannten Quarks, beschrieben. In dieser Ausarbeitung wird die Einführung des Quarkmodells anhand einiger historisch bedeutsamer Beispiele motiviert, es werden Quarks und ihre Eigenschaften sowie die Wechselwirkungen von Quarks mit Materie beschrieben. Schließlich werden die Grundlagen der Quantenchromodynamik (QCD) erläutert und Experimente zu ihrer Überprüfung vorgestellt. Dabei wird besonders auf Jet-Ereignisse in e^+e^- -Beschleunigern eingegangen.

Inhaltsverzeichnis

1	Das Hadronenspektrum	2
2	Das Quarkmodell	4
2.1	Entdeckung der Quarks	5
2.2	Quarkmassen	6
3	Die Quantenchromodynamik	7
3.1	Farbladung	7
3.2	Die starke Wechselwirkung	8
4	Andere Wechselwirkungen	10
4.1	Die elektromagnetische Wechselwirkung	10
4.2	Die schwache Wechselwirkung	11
4.2.1	Die CKM-Matrix	11
5	Tests der QCD	12
5.1	Detektoren und Beschleuniger	12
5.1.1	Speicherringanlage PETRA	13
5.2	Hadronische Schauer	14
5.2.1	Hadronischer Wirkungsquerschnitt	15
5.3	3-Jet-Ereignisse	16
5.3.1	Bestimmung der starken Kopplungskonstanten	17
5.3.2	Mehr-Jet-Ereignisse und Jetanalyse	19
5.4	Weitere Tests der QCD	22
5.4.1	Der Gluonspin	22
5.4.2	Das Potential der QCD	22

1 Das Hadronenspektrum

Materie kann unterteilt werden in leptonische Teilchen (z.B. Elektronen, Neutrinos) und hadronische Teilchen, d.h. Teilchen, die durch die starke Wechselwirkung gebunden sind.

Hadronen werden je nach ihrem Spin weiter in Mesonen und Baryonen unterteilt. Mesonen sind dabei bosonische Hadronen, während alle Baryonen Spin-1/2-Teilchen und damit Fermionen sind.

In Analogie zur Leptonenzahl L , die den Wert eins annimmt für leptonische Teilchen und 0 für nicht-leptonische, wurde eine weitere additive Quantenzahl eingeführt, die Baryonenzahl B ($B=1$ für Baryonen, $B=0$ sonst).

Bis etwa zur Mitte des 20. Jahrhunderts kannte man nur zwei als elementar angesehenen Arten hadronischer Materie: Protonen und Neutronen mit einer Masse von jeweils etwa 1 GeV^1 (beide Baryonen). Schon früh gab es jedoch Hinweise, daß es mehr als diese zwei Hadronen geben mußte. So wurde 1935 vorgeschlagen, die Kernkraft durch ein sogenanntes *Yukawa-Potential* zu beschreiben:

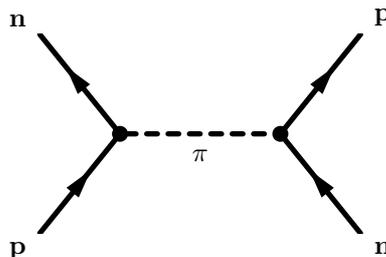
$$\Phi(r) = -\frac{g_Y}{r} e^{-r/R}$$

Der Abschneideparameter R gibt die Reichweite der Kernkraft an, die sich empirisch zu ein bis zwei fm ergibt. Einer solchen Kraft von begrenzter Reichweite kann man ein Austauscheteilchen mit Masse

$$m \sim \frac{1}{R}$$

zuordnen, so daß die Existenz eines Austauscheteilchens der Kernkraft mit einer Masse von 100 MeV- 200 MeV vorhergesagt wurde. Tatsächlich wurde dieses *Pion* genannte Teilchen 1947 in der kosmischen Strahlung nachgewiesen. Das π -Meson wurde in drei verschiedenen Ladungszuständen gefunden, die mit π^- , π^0 und π^+ bezeichnet werden und jeweils eine Masse von etwa 150 MeV haben.

Die Vermittlung der Kernkraft durch Pionenaustausch kann durch folgendes Feynman-Diagramm beschrieben werden:



1951 wurden π^- -Proton-Kollisionen bei Energien des einlaufenden Pions oberhalb von etwa 800 MeV untersucht, in denen mit hoher Rate ein Endzustand aus drei Pionen und einem Proton produziert wurde.

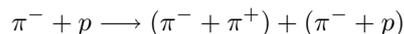


Abbildung 1 zeigt ein Faksimile einer Blaskammeraufnahme dieser Reaktion. In dieser Aufnahme sieht man, daß die Bildung der beiden Endzustände nicht sofort erfolgt, sondern daß es zwei ungeladene Zwischenzustände (Teilchen) mit relativ großer Lebensdauer gibt, die mit K^0 und Λ bezeichnet wurden. Das K^0 -Meson

¹Ich benutze hier und im folgenden ein Einheitensystem, in dem die Lichtgeschwindigkeit c und die Plancksche Konstante \hbar auf eins gesetzt sind, so daß Energien, Massen und Impulse in Einheiten von eV angegeben werden können.

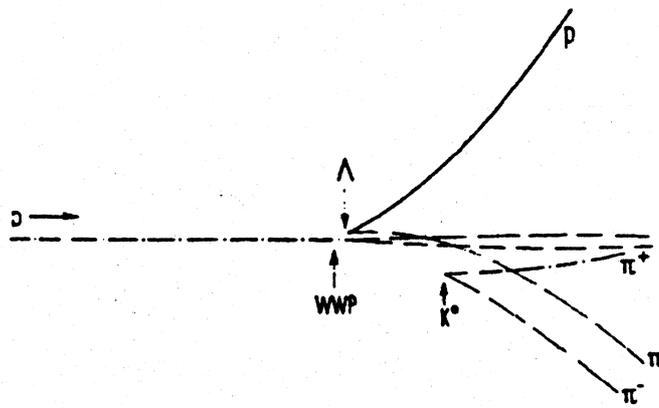


Abbildung 1: Assoziierte Produktion von Λ und K^0 , der rekonstruierte Wechselwirkungspunkt ist mit WWP gekennzeichnet [Ber 2001]

zerfällt weiter in einen Zustand aus π^+ und π^- , das Λ -Baryon in einen Zustand aus einem Proton und einem π^- .

Experimentell konnten die Massen zu $m_\Lambda = 1116$ MeV und $m_{K^0} = 489$ MeV bestimmt werden. Die Lebensdauer beider Teilchen liegt bei etwa $\tau_\Lambda \approx \tau_{K^0} \approx 10^{-10}$ s.

Das besondere an diesen beiden Teilchen ist, daß sie niemals einzeln produziert werden, etwa in einem Prozeß $\pi^- + p \longrightarrow \Lambda \longrightarrow \pi^- + p$ sondern daß Λ und K^0 nur gemeinsam vorkommen. Überraschend war auch, daß Λ und K^0 zwar in einem Prozeß der starken Wechselwirkung produziert werden, man aber aus den großen Lebensdauern darauf schließen kann, daß sie über die schwache Wechselwirkung zerfallen.

Diese beiden zunächst vollständig unverstandenen Eigenschaften veranlaßten die Physiker² dazu, den neuentdeckten Teilchen das Attribut *strange* (seltsam) zu verleihen.

Neben diesen exemplarisch hervorgehobenen Teilchen wurde ab etwa 1950 eine Vielzahl von Hadronen entdeckt. Anfang der sechziger Jahre des 20. Jahrhunderts stellte sich der Forschergemeinde damit eine ganze Reihe von Fragen:

- Warum beobachtet man so viele verschiedene Hadronen?
- Warum sind manche Hadronen Bosonen, andere Fermionen?
- Was ist der Ursprung der 'seltsamen Eigenschaft'?
- Warum gibt es keine Nukleonen mit Ladung $Q = -1$?

²Und natürlich auch die Physikerinnen. Auch im folgenden werde ich zugunsten der sprachlichen Klarheit auf 'geschlechtsneutrale' Formulierungen verzichten.

2 Das Quarkmodell

Ein guter Lösungsansatz wurde durch das Quarkmodell gefunden, das von den Physikern Murray Gell-Mann und George Zweig vorgeschlagen wurde. Im Quarkmodell werden alle Hadronen als Objekte beschrieben, die aus mehreren Teilchen mit Spin $\frac{1}{2}$ bestehen. Diese Teilchen wurden³ Quarks genannt und anfangs als rein hypothetische Partikel betrachtet. Sie waren ein mathematisches Konstrukt, mit dessen Hilfe Ordnung in den Zoo der Elementarteilchen gebracht werden konnte.

Die Darstellung von Hadronen im Quarkmodell ist überraschend einfach: Mesonen bestehen aus einem Quark und einem Antiquark

$$|\text{Meson}\rangle = |q\bar{q}'\rangle$$

Damit folgt sofort der ganzzahlige Spin der Mesonen. Die Baryonen werden aus drei im allgemeinen unterschiedlichen Quarks gebildet:

$$|\text{Baryon}\rangle = |qq'q''\rangle$$

Die einfachste Möglichkeit, $B=1$ für alle Baryonen zu gewährleisten und gleichzeitig $B=0$ für Mesonen zu erhalten, besteht darin, jedem Quark die Baryonenzahl $B = \frac{1}{3}$ zuzuweisen.

Schon aufgrund der Existenz der zwei am längsten bekannten Baryonen, des Protons und des Neutrons, benötigt man mindestens zwei verschiedene Quarksorten. Diese Arten oder auch Flavours wurden *up* (u) und *down* (d) genannt. Protonen und Neutronen können somit als gemischte Zustände aus diesen Quarks beschrieben werden:

$$|\text{Proton}\rangle = |uud\rangle \qquad |\text{Neutron}\rangle = |udd\rangle$$

Diese Darstellung der beiden Nukleonen erzwingt drittelzahlige Ladungen der Quarks, nämlich $Q_u = +\frac{2}{3}$, $Q_d = -\frac{1}{3}$.

Die seltsamen Eigenschaften erklärte man durch die Einführung einer neuen additiven Quantenzahl, die in der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung erhalten ist, in der schwachen hingegen nicht. Das Λ -Baryon erhielt die *Strangeness* $S = -1$, das K^0 die Strangeness $S = +1$. Für den Entstehungsprozeß der beiden Teilchen

$$\pi^- + p \longrightarrow \Lambda + K^0$$

gilt offensichtlich, daß $\Delta S = 0$, während die Strangeness weder im Zerfall des Λ noch in dem des K^0 erhalten ist.

In das Quarkmodell hält die Strangeness durch die Einführung eines dritten Quarkflavors Einzug. Das Λ mit verschwindender Gesamtladung unterscheidet sich vom Neutron dadurch, daß eines der down-Quarks durch ein strange-Quark (s) ersetzt wird, welches ebenso wie das down-Quark die Ladung $Q = -\frac{1}{3}$ trägt. Aufgrund von Beobachtungen im Hadronenspektrum wurde das Quarkmodell noch um zwei weitere Quarksorten erweitert, um das Charm-Quark (c) mit $Q_c = +\frac{2}{3}$ und das Bottom-Quark (b) mit $Q_b = -\frac{1}{3}$.

In Analogie zur Darstellung der Leptonen in Familien, kann man jeweils zwei Quarks in Teilchendoublets zusammenfassen, wobei das Doublet der ersten Quark-

Familie	Leptonen	Quarks
1	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$
2	$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}$
3	$\begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$

Tabelle 1: Bild der Quarks und Leptonen in Familien

familie die leichtesten Quarks (up und down) enthält und die zweite Familie die nächst schwereren (charm und strange). Unter anderem deswegen lag es nahe, ein sechstes Quark (Top-Quark) mit Ladung $Q_t = +\frac{2}{3}$ hinzuzunehmen, um die dritte Familie zu komplettieren, auch wenn dies zur Erklärung der bisherigen experimentellen Befunde nicht notwendig war. Man

³Der Legende nach in Anlehnung an ein Zitat aus James Joyce's Roman „Finnegan's Wake“.

erhält schließlich die in Tabelle 1 gezeigte Darstellung der Quarks und Leptonen. Wie bei den Leptonen unterscheiden sich die Ladungen der beiden Teilchen aus einer Familie um genau eine Elementarladung, das Teilchen mit der größeren Ladung steht oben.

Auch für die Quarkflavors Charm, Bottom und Top wurden entsprechende Flavor-Quantenzahlen eingeführt. Diese Quantenzahlen sind in der starken und elektromagnetischen Wechselwirkung erhalten, nur Prozesse der schwachen Wechselwirkung können die Flavorerhaltung verletzen (siehe Sektion 4.2).

2.1 Entdeckung der Quarks

Im Jahre 1969 wurden am Elektronen-Linearbeschleuniger SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) Experimente zur hochenergetischen Elektron-Nukleon-Streuung durchgeführt. Dabei machte man die Beobachtung, daß bei Impulsüberträgen von mehr als etwa 1 GeV das Nukleon aufbricht. Abbildung 2 zeigt das zu diesem Prozeß gehörende Feynman-Diagramm.

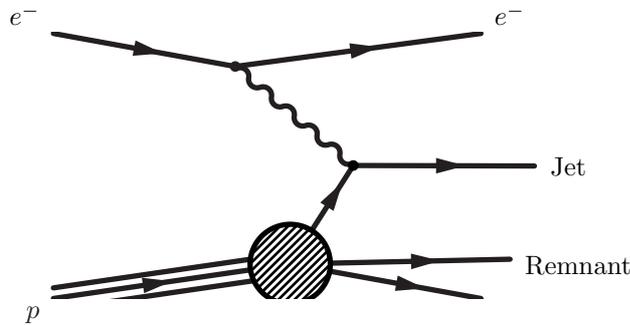


Abbildung 2: Tief inelastische Streuung

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für diesen Prozeß kann durch zwei Strukturfunktionen F_1 und F_2 ausgedrückt werden, die jeweils vom Vierer-Impuls-Übertrag q^2 und der sogenannten *Bjorken Scaling Variablen* x abhängen:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R \frac{1}{\nu} \left(F_2(x, Q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{xm_p^2} F_1(x, Q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \quad (1)$$

In Gleichung (1) ist E' die Energie des gestreuten Leptons, $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_R$ der Rutherford-Streuquerschnitt, $Q^2 = -q^2$ der negative Vierer-Impuls-Übertrag, ν eine Variable, die ein Maß für die Inelastizität der Streuung angibt, m_p die Protonenmasse und $x = \frac{Q^2}{2\nu m_p}$ die schon erwähnte Bjorken Scaling Variable.

Die Experimente zeigten, daß für Werte von $Q^2 \gg m_p$ die Strukturfunktionen für einen einmal gewählten Wert von x annähernd unabhängig vom Impulsübertrag sind (siehe auch Abbildung 3). Dies ist als *Bjorken Scaling* bekannt. Die Interpretation ist, daß die Streuung bei diesen Prozessen an einem punktförmigen Konstituenten des Nukleons stattfindet, einem sogenannten Parton. x ist der Anteil des Gesamtimpulsübertrages, den das Parton davonträgt. Die Partonen können mit den Quarks identifiziert werden. Untersuchungen der Verteilung der Quarks in den Nukleonen bestätigten die Aussagen des Quarkmodelles, so daß dieses ursprüngliche Hilfskonstrukt zu einem experimentell gestützten Modell wurde.

In Abbildung 4 sind die normierten Wirkungsquerschnitte aus einem Experiment zur tief inelastischen Streuung bei verschiedenen invarianten Massen W des hadronischen Systems im Endzustand aufgetragen. Man sieht deutlich den Unterschied der Wirkungsquerschnitte von elastischer und tief inelastischer Streuung. Insbesondere

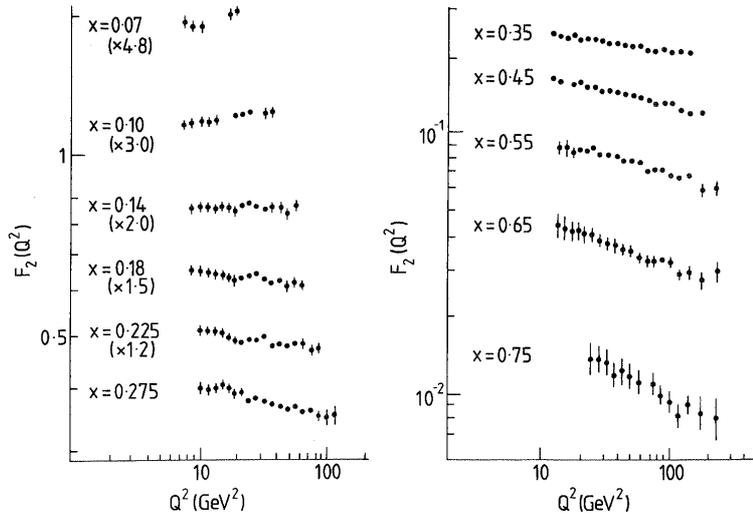


Abbildung 3: Experimentell bestimmte Werte der Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ für tief inelastische Streuung. Für kleinere Werte von x wurden die Datenpunkte mit den in Klammern angegebenen Werten multipliziert, damit sie in einem Diagramm aufgeführt werden können. Aus [Ben⁺ 1989, p. 485]

erkennt man, daß bei Werten von Q^2 größer als etwa 1 GeV der Wirkungsquerschnitt für inelastische Streuung deutlich größer ist als der für elastische Streuung und daher bei hohen Impulsüberträgen das Nukleon mit großer Wahrscheinlichkeit zerstört wird.

Die Wirkungsquerschnitte für die inelastische Streuung sind (bis auf einen konstanten Faktor) identisch mit denen für die Streuung an punktförmigen, geladenen Objekten. Damit sind (im Rahmen der heutigen meßtechnischen Möglichkeiten) Quarks punktförmige Partikel.

2.2 Quarkmassen

Schwieriger als der experimentelle Nachweis der Existenz von Quarks gestaltet sich die Bestimmung der Quarkmassen. Das Standardmodell der Elementarteilchenphysik macht keine Aussagen über die Massen der elementaren Fermionen, daher müssen die Massen der Quarks durch Experimente gefunden werden. Hierbei stellt sich das Problem, daß es nicht möglich zu sein scheint, freie Quarks zu beobachten. Damit ist es unmöglich die Quarkmassen aus der Trägheit gegenüber beschleunigenden Feldern zu bestimmen, wie dies üblicherweise in Massenspektrometern geschieht.

Es gibt mehrere Ansätze, Quarkmassen zu bestimmen und anzugeben: Als Strommasse m_{q0} definiert man die Masse, die ein freies Quark q hätte. Die Konstituentenmasse m_{qk} hingegen schließt Bindungsenergie und kinetische Energie eines in einem Hadron gebundenen Quarks ein. Bei den leichtesten Quarks ist die Konstituentenmasse deutlich größer als die Strommasse, d.h. die Massen von Hadronen aus up- und down-Quarks werden hauptsächlich durch die Bindungsenergie der Quarks bestimmt. Bei den schweren Quarks unterscheiden sich Strom- und Konstituentenmassen um einen Betrag m_c von etwa 300 MeV. Aktuelle Werte für die Quarkmassen können Tabelle 2 entnommen werden.

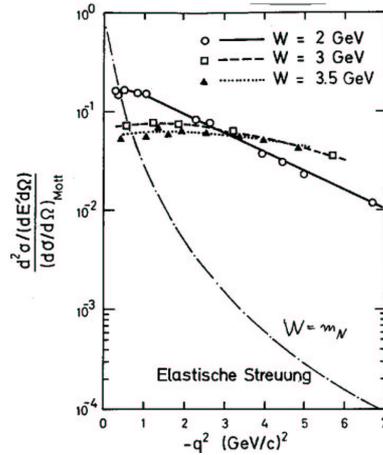


Abbildung 4: Normierte Wirkungsquerschnitte für tief inelastische Streuung bei verschiedenen Energien. Zusätzlich aufgetragen der Wirkungsquerschnitt für elastische Streuung. Entnommen aus [Heb 2000]

Flavor q	m_{q0} [GeV]	m_{qk} [GMeV]
u	0.001 – 0.005	0.300
d	0.005 – 0.010	0.300
s	≈ 0.120	$m_{s0} + m_c$
c	1.25 ± 0.10	$m_{c0} + m_c$
b	4.1 ± 0.1	$m_{b0} + m_c$
t	$175.3 \pm 3.2 \pm 4.0$	$m_{t0} + m_c$

Tabelle 2: Massen der Quarks (aus [PDG 2001]).

3 Die Quantenchromodynamik

Das Quarkmodell erklärte zwar einen großen Teil des Hadronenspektrums, es war jedoch klar, daß allein die Existenz von sechs Quarks nicht alle offenen Fragen beantworten konnte. So liefert das Quarkmodell keine Begründung dafür, daß keine freien Quarks beobachtet werden, es erklärt auch nicht, warum es nur Hadronen der Art $|q\bar{q}'\rangle$ und $|qq'q''\rangle$ gibt. Das schwerwiegendste Problem war aber die Entdeckung von Baryonen (Fermionen!), die eine symmetrische Gesamtwellenfunktion aufzuweisen schienen. Die Delta-Resonanz Δ^{++} ist ein System aus drei up-Quarks mit Gesamtspin $J = \frac{3}{2}$, d.h. $|\Delta^{++}\rangle = |\mathbf{u} \uparrow \mathbf{u} \uparrow \mathbf{u} \uparrow\rangle$. Die Gesamtwellenfunktion als Produkt aus Spin-, Orts- und Flavorwellenfunktion dieses Baryons wäre symmetrisch, was einen eklatanten Widerspruch zum Pauli-Prinzip bedeutet, nach dem die Wellenfunktion von Fermionen antisymmetrisch unter Austausch zweier Teilchen sein muß.

3.1 Farbladung

Ein Ansatz, der dieses Statistik-Problem löste und auch viele weitere offene Fragen beantwortete, bestand in der Einführung der sogenannten *Farbladung*, eines weiteren Freiheitsgrades ähnlich der elektrischen Ladung. Quarks können demnach in drei verschiedenen Farbzuständen vorkommen: rot (r), grün (g) und blau (b), Anti-quarks tragen entsprechende Antifarben. Beobachtbare Objekte müssen farbneutral sein, was entweder durch eine Kombination aller drei Farben erreicht werden kann

oder durch eine Zusammensetzung aus Quark und Antiquark einer Farbe. Die sich ergebende Theorie wurde Quantenchromodynamik (QCD) genannt.

Um für die Δ^{++} -Resonanz eine symmetrische Gesamtwellenfunktion zu erhalten, benötigt man eine antisymmetrische Farbwellenfunktion:

$$\begin{aligned} |\Psi_{\mathbf{B}_{\text{color}}}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}} (|\mathbf{rgb}\rangle + |\mathbf{brg}\rangle + |\mathbf{gbr}\rangle - |\mathbf{rbg}\rangle - |\mathbf{grb}\rangle - |\mathbf{bgr}\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon_{\mathbf{rgb}} |\mathbf{rgb}\rangle \end{aligned}$$

Für Mesonen enthält man die Farbwellenfunktion

$$|\Psi_{\mathbf{M}_{\text{color}}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|\mathbf{r\bar{r}}\rangle + |\mathbf{g\bar{g}}\rangle + |\mathbf{b\bar{b}}\rangle)$$

und die Gesamtwellenfunktion hadronischer Zustände ist dann:

$$|\Psi_{\text{hadron}}\rangle = |\Psi_{\text{Ort}}\rangle \otimes |\Psi_{\text{Spin}}\rangle \otimes |\Psi_{\text{Flavor}}\rangle \otimes |\Psi_{\text{Color}}\rangle$$

3.2 Die starke Wechselwirkung

Die starke Wechselwirkung beschreibt die Bindung von Quarks in Hadronen. Ihr Austauscheteilchen ist das *Gluon*, ein masseloses Boson, das über die Farbladung an die Quarks koppelt. Der wichtigste Unterschied zum Austauscheteilchen der elektromagnetischen Wechselwirkung, ist, daß das Gluon selbst Farbladung trägt und dadurch Gluonen miteinander wechselwirken können.

Gluonen tragen dabei gleichzeitig Farbe und Antifarbe. Sie bilden das Oktett der 3×3 -Farbsymmetrie.

$$\mathbf{r\bar{g}} \quad \mathbf{r\bar{b}} \quad \mathbf{g\bar{b}} \quad \mathbf{g\bar{r}} \quad \mathbf{b\bar{r}} \quad \mathbf{b\bar{g}} \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{r\bar{r}} - \mathbf{g\bar{g}}) \quad \frac{1}{\sqrt{6}}(\mathbf{r\bar{r}} + \mathbf{g\bar{g}} - 2\mathbf{b\bar{b}})$$

Der Singulett-Zustand $\frac{1}{\sqrt{3}}(\mathbf{r\bar{r}} + \mathbf{g\bar{g}} + \mathbf{b\bar{b}})$ ist symmetrisch aus den drei Farben und Antifarben zusammengesetzt und trägt nicht zur Bildung farbneutraler Hadronen bei. Der Austausch eines solchen Gluons würde der starken Wechselwirkung zu einer unendlichen Reichweite verhelfen.

Für das Potential der starken Wechselwirkung, das die Quark-Quark-Wechselwirkung beschreibt, wählt man üblicherweise folgenden Ansatz:

$$V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + \kappa r$$

Der erste Summand hat die Form des Coulomb-Potentials, wobei der Faktor $-\frac{4}{3}$ ein Farbfaktor ist. α_s ist die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung, die der Feinstrukturkonstanten α der QED entspricht. Dieser Summand dominiert bei kleinen Abständen.

Der zweite Summand wird durch die Selbstwechselwirkung der Gluonen hervorgerufen. Da er proportional zu r ist (wie bei dem Potential einer elastischen Feder), steigt das Potential bei großen Abständen linear mit dem Abstand r an. Dadurch steigt die Bindungsenergie eines $q\bar{q}$ -Paares mit wachsendem Abstand der Quarks an. Folglich wird eine unendliche Energie zum Trennen einer $q\bar{q}$ -Bindung benötigt. Dieser Umstand, daß Quarks nicht als freie Teilchen vorkommen können, wird als *Confinement* oder auch *Quarkeinschluß* bezeichnet. Die Konstante κ im linearen Teil des Potentials wird als *string tension* bezeichnet. Abbildung 5 zeigt den Verlauf des QCD-Potentials mit einem Wert von $\kappa = 1 \frac{\text{GeV}}{\text{fm}}$, was in etwa der Bindungsenergie von Quarks in Mesonen pro typischem Mesonenradius entspricht.

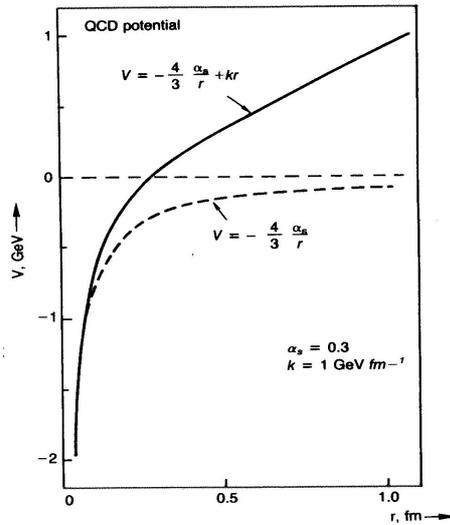


Abbildung 5: Das Potential der QCD (aus [Pla 2000])

Man erkennt deutlich die durch den linearen Anteil bewirkte Abweichung vom ‘normalen’ Coulomb-Potential.

Für die weiteren Abschnitte dieses Textes ist es wichtig zu verstehen, was geschieht, wenn versucht wird, ein Quark-Antiquark-Paar zu trennen. Zunächst ist dieses System nicht unähnlich einem elektrischen Dipol, bei dem man die Wechselwirkung zwischen den beiden elektrischen Ladungen durch Feldlinien veranschaulichen kann.

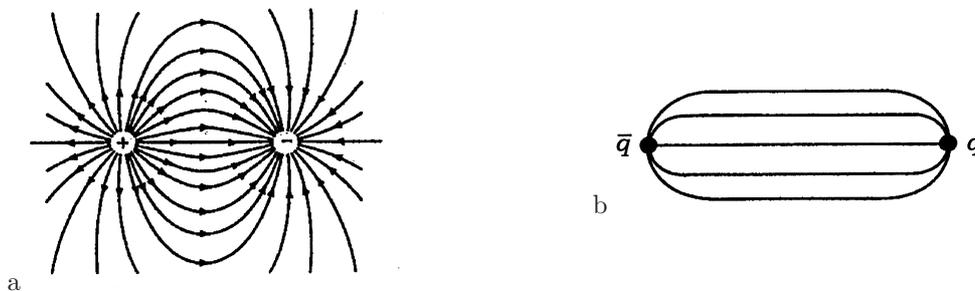


Abbildung 6: Feldlinien in der Elektrodynamik (a) und der Chromodynamik (b)

Während die Feldlinien der Elektrodynamik (Abbildung 6a) den gesamten Raum füllen, bilden die Feldlinien der Chromodynamik aufgrund der Selbstwechselwirkung der Gluonen einen sogenannten *flux tube* (Flußschlauch) oder *string*. Die Kraft zwischen Quark und Antiquark ist unabhängig vom Abstand, was die Bezeichnung der Konstanten κ als String-Spannung erklärt.

Mit dem Abstand zwischen den Quarks steigt auch die Energie, bis bei einer im String gespeicherten Energie von etwa 1 GeV, entsprechend einem Abstand von etwa 1 fm, der String aufbricht und ein weiteres $q\bar{q}$ -Paar entsteht, wie in Abbildung 7 angedeutet. Dieser Vorgang wird als *Hadronisation* bezeichnet. Wenn genügend Energie zur Verfügung steht, können auch diese beiden Quark-Antiquark-Paare hadronisieren, so daß, je nach Energie der beiden primären Quarks, zwei Teilchenbündel entstehen.

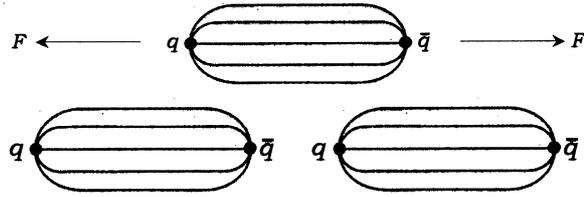


Abbildung 7: Aufbrechen des Strings und Bildung eines zweiten $q\bar{q}$ -Paares

Hadronisierung tritt immer dann auf, wenn sich zwei Quarks mit sehr großen kinetischen Energien auseinanderbewegen, z.B. bei der Vernichtung eines e^+e^- -Paares bei hohen Energien:

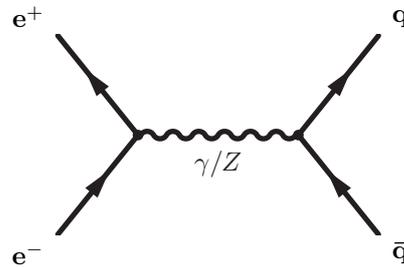


Abbildung 8: Vernichtung eines e^+e^- -Paares in ein $q\bar{q}$ -Paar

4 Andere Wechselwirkungen

Quarks sind die einzigen bekannten Elementarteilchen, die an allen Wechselwirkungen teilnehmen. Es ist daher notwendig, auf einige Prozesse der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung einzugehen, soweit sie für das Verständnis experimenteller Beobachtungen erforderlich sind.

4.1 Die elektromagnetische Wechselwirkung

Da Quarks elektrische Ladung tragen, können sie an Photonen koppeln. Typische Prozesse sind die Erzeugung eines Quark-Antiquark-Paares oder der umgekehrte Prozeß der Vernichtung eines $q\bar{q}$ -Paares in ein Photon.

Ein Beispiel für die Paarvernichtung ist der Zerfall des ungeladenen Pions:

$$|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) \longrightarrow 2\gamma$$

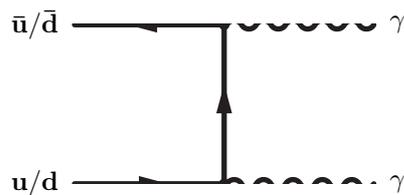


Abbildung 9: Zerfall des π^0

Bei diesem Experiment tritt in der Amplitude ein Faktor N_C auf, der die Anzahl der beteiligten Farben angibt. Die theoretisch berechnete Halbwertsbreite ist

$$\Gamma_{theor} = \left(\frac{N_C}{3}\right)^2 \cdot 7.6 \text{ eV}$$

Experimentell bestimmt wurde

$$\Gamma_{exp} = (7.8 \pm 0.6) \text{ eV},$$

was den Wert von $N_C = 3$ Farben hervorragend bestätigt.

4.2 Die schwache Wechselwirkung

Viele Hadronen können nicht über elektromagnetische Prozesse zerfallen, weil bei diesen Zerfällen die Flavorquantenzahlen nicht erhalten bleiben. Ein Beispiel ist der Zerfall des geladenen Kaons K^+ , der nur über die schwache Wechselwirkung erlaubt ist:

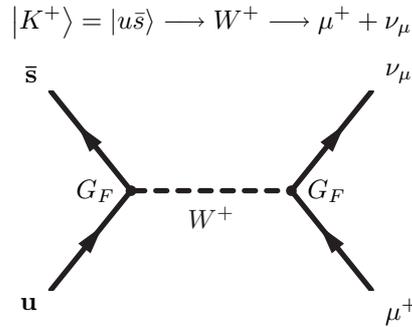
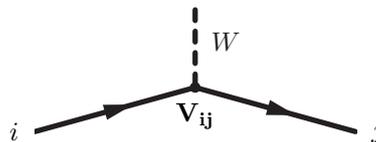


Abbildung 10: Zerfall des K^+ -Mesons in der schwachen Wechselwirkung

Die Stärke der Wechselwirkung ist durch die Fermi-Zerfallskonstante $G_F = 1,166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ bestimmt.

4.2.1 Die CKM-Matrix

Bei dem in Abbildung 10 gezeigten Zerfall ist offensichtlich die Flavorquantenzahl \mathcal{S} nicht erhalten. Die Wahrscheinlichkeit für einen solchen Übergang eines Quarks mit Flavor i in ein Quark mit Flavor j in einem Prozeß der schwachen Wechselwirkung ist allgemein gegeben durch ein Matrixelement V_{ij} .



Der Grund für die Mischung von Quarkflavors in der schwachen Wechselwirkung liegt darin, daß man unterscheiden muß zwischen Eigenzuständen $|q\rangle$ zum Massenoperator (bzw. zur starken Wechselwirkung) und Eigenzuständen $|q'\rangle$ zur schwachen Wechselwirkung. Diese Eigenzustände sind durch eine unitäre Transformation verknüpft:

$$|q'\rangle = V |q\rangle$$

Die Matrix dieses Operators hat nicht die allgemeinste Form einer unitären Matrix, sondern es sind $2N - 1$ Parameter frei wählbar, wobei N die Anzahl der beteiligten Quarkfamilien ist. Damit müssen $(N - 1)^2$ Parameter bestimmt werden. Bei 2 Familien, d.h. wenn nur up-, down-, charm- und strange-Quarks beteiligt sind, benötigt man also nur noch einen Parameter, den sogenannten *Cabbibo-Winkel* θ_C .

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

Die Matrix V hat, wie man sieht, die Form einer Rotationsmatrix im zweidimensionalen Raum. Der Wechsel von Eigenzuständen zum Massenoperator zu solchen der schwachen Wechselwirkung entspricht also einer Rotation im ‘Familienraum’ um den Cabbibowinkel. Experimentell wurde $\theta_C \approx 13^\circ$ bestimmt.

Im allgemeinen Fall von drei Familien werden vier Parameter benötigt und man erhält die sogenannte *Cabbibo-Kabayashi-Maskawa-Matrix* (CKM-Matrix) V_{CKM} .

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} \mathbf{0,975} & 0,221 & 0,003 \\ 0,221 & \mathbf{0,974} & 0,04 \\ 0,01 & 0,04 & \mathbf{0,999} \end{pmatrix}$$

Hier sind nur die Absolutbeträge angegeben. Diese Matrix ist annähernd diagonal, daher sind Übergänge innerhalb einer Quarkfamilie stark bevorzugt. Am stärksten unterdrückt sind Übergänge von der ersten in die dritte Familie und umgekehrt. In der allgemeinen Parametrisierung der CKM-Matrix (Standardparametrisierung) treten drei Winkel und eine komplexe Phase auf. Diese Phase spielt eine wichtige Rolle im Hinblick auf CP-Verletzungen, die nur dann erlaubt sind, wenn die Phase weder den Wert 0 noch π hat.⁴ Es sei zusätzlich angemerkt, daß Quarkmischung nicht möglich wäre, wenn Quarks keine Masse hätten.⁵

5 Tests der QCD

Wie jede andere physikalische Theorie auch, muß sich die Quantenchromodynamik in geeigneten Experimenten bewähren. Von hoher Priorität waren der Nachweis des Gluons und eine Bestimmung des Wertes der Kopplungskonstanten α_s , aber auch die Messung des Gluon-Spins, der Nachweis der Gluon-Gluon-Selbstkopplung und der Flavorunabhängigkeit der starken Wechselwirkung trugen wesentlich zur Akzeptanz der Theorie bei.

Viele der Experimente zur Überprüfung der QCD fanden und finden in Teilchenbeschleunigern, insbesondere e^+e^- -Beschleunigern wie der Speicherringanlage PETRA in Hamburg oder LEP in Genf statt. Ich werde mich daher hauptsächlich mit diesen Experimenten beschäftigen.

5.1 Detektoren und Beschleuniger

Da es in diesem Seminar zwei Vorträge zu den Themen „Grundlagen von Teilchendetektoren“ (Thorsten Franke) und „Einführung in Teilchenbeschleuniger“ (Benedikt Hegner) gab, ist es nicht notwendig, an dieser Stelle detailliert auf diese Themen einzugehen.

Abbildung 11 zeigt einen schematischen Querschnitt durch einen typischen Teilchendetektor. Im inneren Bereich befindet sich die Spurenkammer, deren Daten

⁴Siehe dazu auch den Vortrag ‘Materie-Antimaterie Asymmetrie und frühes Universum’ von Markus Stove

⁵Dies ist auch die Bedingung für das Auftreten von Neutrinooszillationen. Siehe Vortrag zu Neutrinos von Stefan Droste.

A detector cross-section, showing particle paths

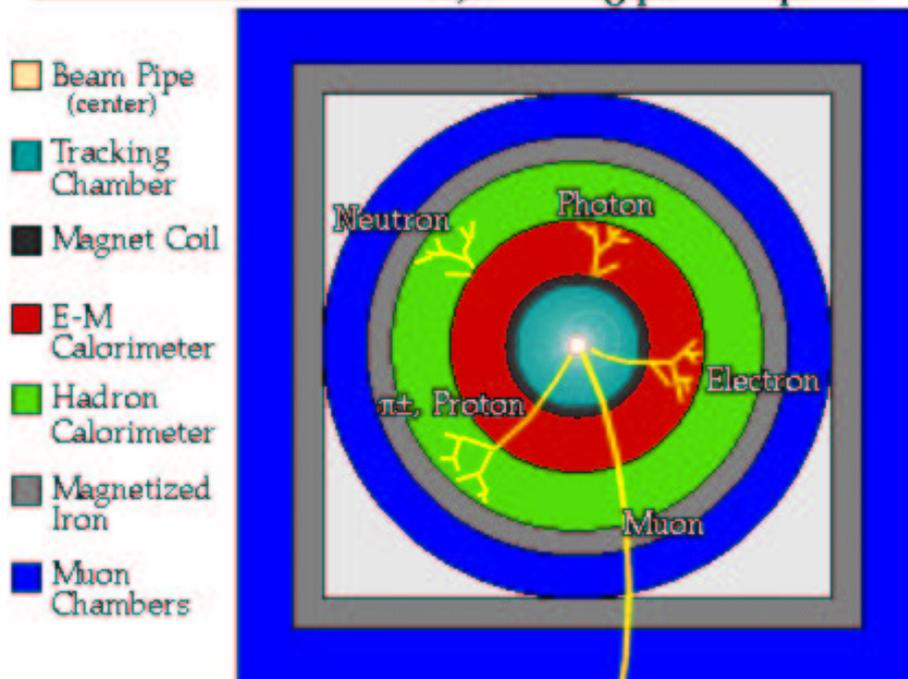


Abbildung 11: Querschnitt durch einen Teilchendetektor, aus [PDG 1999]

u.a. der Bestimmung des Wechselwirkungspunktes und der Unterscheidung von geladenen und ungeladenen Teilchen dienen. Die Spurenkammer wird vom elektromagnetischen Kalorimeter umschlossen, in dem die Energien von Elektronen und Photonen durch Untersuchung elektromagnetischer Schauer bestimmt werden kann.

Das elektromagnetische Kalorimeter ist umhüllt vom hadronischen Kalorimeter, in dem die Messung der Energien stark wechselwirkender Teilchen durch Untersuchung *hadronischer Schauer* stattfindet. Offensichtlich werden die in diesem Teil des Detektors stattfindenden Ereignisse von größter Bedeutung für die Untersuchung von QCD-Prozessen sein. Den gesamten Detektor umhüllen Kammern zum Vermessen der Spuren von Myonen.

5.1.1 Speicherringanlage PETRA

An der Speicherringanlage PETRA (Positron Electron Tandem Ring Accelerator) am Forschungszentrum DESY in Hamburg gelangen erste experimentelle Bestätigungen der Quantenchromodynamik.

In dem Ring mit 2,3 km Umfang wurden Schwerpunktsenergien zwischen 14 GeV und 47 GeV erreicht. Die Anlage wurde zwischen 1978 und 1986 als Speicherring genutzt und dient heute als Vorbeschleuniger für die Elektron-Proton-Collideranlage HERA.

In Abbildung 12 sieht man, daß PETRA vier Experimente beherbergte, nämlich CELLO/PLUTO, JADE, MARK J und TASSO. Für genauere Beschreibungen dieser Experimente siehe [Wu 1984]. Eine gute, kurze Beschreibung des JADE-Detektors kann in [Com 2001] gefunden werden. Alle vier PETRA-Experimente machten Beobachtungen, die Aussagen der QCD stützten.

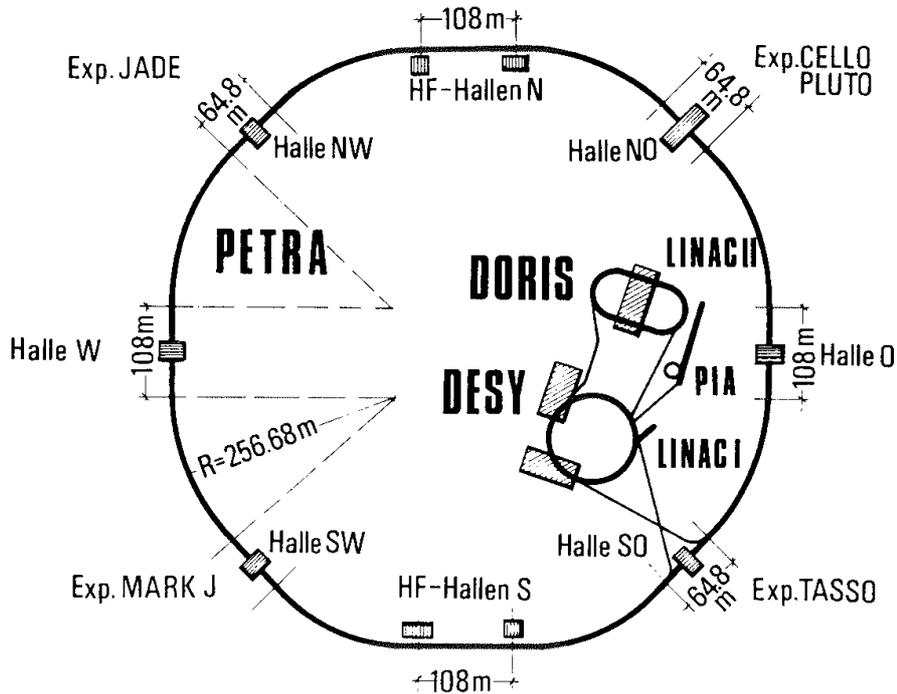


Abbildung 12: Die Speicherringanlage Petra, aus [Wu 1984]

5.2 Hadronische Schauer

Bei PETRA und bis vor kurzem bei LEP wurden Elektronen und Positronen mit hohen Energien zur Kollision gebracht. Abbildung 13 zeigt Feynmandiagramme niedrigster Ordnung in α , die Prozesse beschreiben, wie sie bei solchen Experimenten auftreten.

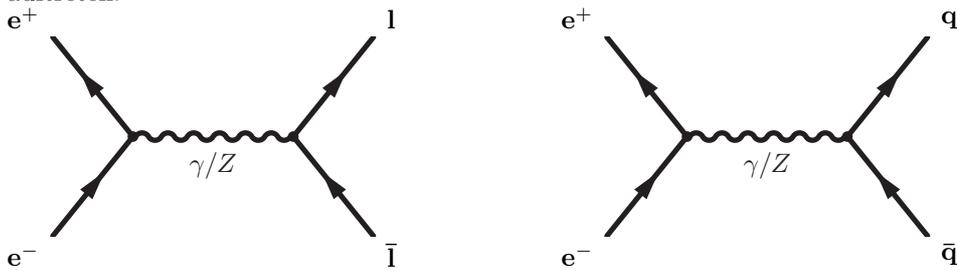


Abbildung 13: Vernichtung eines e^+e^- -Paares in ein Lepton-Antilepton-Paar (links) und in ein Quark-Antiquark-Paar (rechts)

Der wichtige Unterschied zwischen den beiden Feynman-Graphen aus Abbildung 13 ist, daß in einem Fall das nach der Elektron-Positron-Vernichtung erzeugte Photon bzw. Z an zwei Leptonen koppelt, während im zweiten, für Untersuchungen der QCD wichtigen, Fall ein Quark-Antiquark-Paar erzeugt wird. Diese primären Quarks fliegen nach ihrer Erzeugung mit hohen kinetischen Energien auseinander, es ist aufgrund des Confinement jedoch nicht möglich, daß sie als einzelne Teilchen nachgewiesen werden. Vielmehr setzt der in Sektion 3.2 beschriebene Prozeß der Hadronisation ein, d.h. bei einem Abstand der primären Quarks von mehr als etwa 1 fm wird ein neues $q\bar{q}$ -Paar gebildet. Die nun bestehenden Quark-Antiquark-Paare behalten im wesentlichen die Richtung der primären Quarks bei und können jeweils

weiter Hadronisieren, so daß je nach Energie der primären Quarks zwei Bündel von Hadronen, sogenannte *hadronische Jets*, „back-to-back“ vom Wechselwirkungspunkt wegfliegen. Abbildung 14 zeigt ein sehr gutes Beispiel eines solchen 2-Jet-Ereignisses in einer Seitenansicht und aus der Sicht der Strahlachse, aufgenommen von der CELLO-Collaboration.

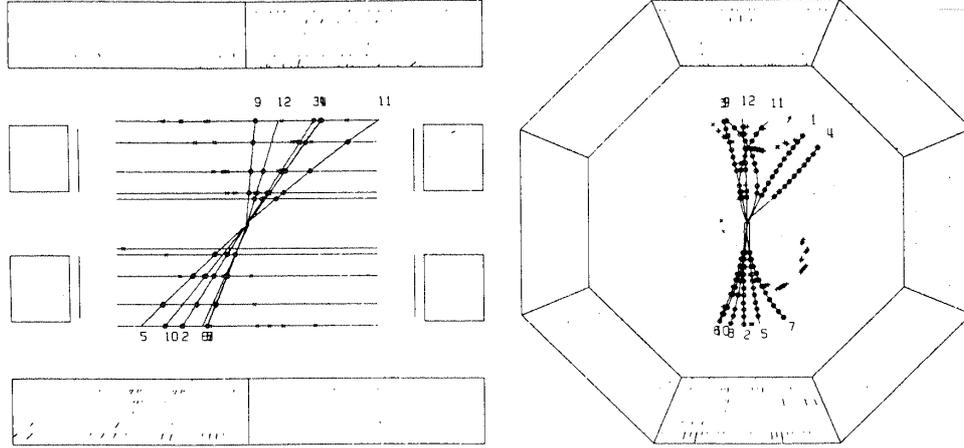


Abbildung 14: Typisches 2-Jet-Ereignis von PETRA, aus [Wu 1984]

2-Jet Ereignisse müssen nicht immer diese Gestalt haben. Es kann beispielsweise der Prozeß

$$e^+e^- \longrightarrow e^+e^- + q\bar{q}$$

auftreten, bei dem das erzeugte e^+e^- -Paar entlang der Strahlachse auslaufen kann, so daß es vom Detektor nicht registriert wird. In diesem Fall müssen die Hadronenbündel nicht exakt kollinear sein. Man kann solche Ereignisse daran erkennen, daß die erzeugten Jets eine geringere Energie haben als solche, bei denen nur Hadronen produziert werden.

5.2.1 Hadronischer Wirkungsquerschnitt

Aus Studien der rein hadronischen 2-Jet-Ereignisse kann man Rückschlüsse auf die Anzahl der Farbfreiheitsgrade, die Anzahl der erzeugbaren Quarksorten und die Quarkladungen ziehen.

Eine wichtige Größe ist der Quotient R der Wirkungsquerschnitte der Erzeugung von Hadronen und der Erzeugung eines $\mu^+\mu^-$ -Paares, für den gilt:

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \longrightarrow \text{Hadronen})}{\sigma(e^+e^- \longrightarrow \mu^+\mu^-)} = N_C \sum_f Q_f^2 \quad (\sqrt{S} > 2m_f)$$

Der Quotient ist also gleich dem Produkt aus der Anzahl der Farbfreiheitsgrade und der Summe der Quadrate der Ladungen der Quarks, die kinematisch zugänglich sind, d.h. für die gilt, daß die Schwerpunktsenergie größer als die zweifache Quarkmasse ist.

Bei den bei PETRA zur Verfügung stehenden Energien konnten bis auf das top-Quark alle Quarks erzeugt werden. Mit $N_C = 3$ bedeutet dies für den Quotienten

$$R = 3 \cdot (q_u^2 + q_d^2 + q_c^2 + q_s^2 + q_b^2) = \frac{11}{3}$$

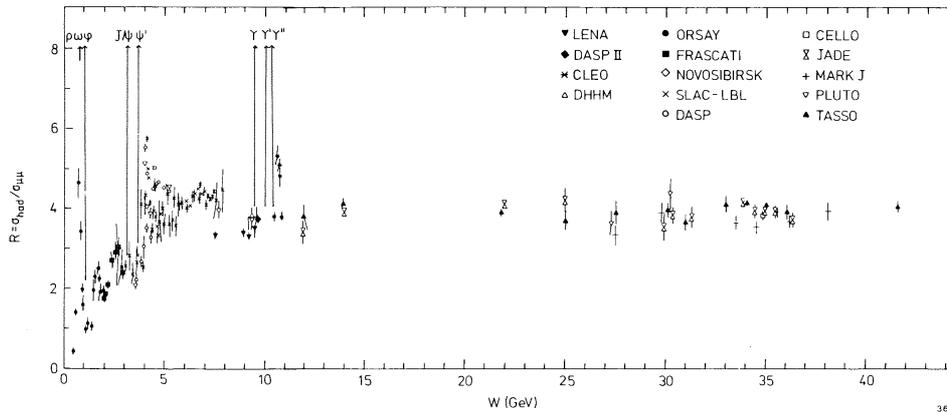


Abbildung 15: Ergebnisse der Messung von $R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$, aus [Wu 1984]

Experimentell erhält man einen Wert von $R \approx 4$ (siehe Abbildung 15). Diese Abweichung läßt sich dadurch erklären, daß 2-Jet-Ereignisse der nullten Ordnung einer störungstheoretischen Entwicklung in α_s entsprechen. Bei Entwicklung bis zu erster Ordnung erhält man

$$R = \frac{11}{3} \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi}\right) + \mathcal{O}(\alpha_s^2)$$

In Abbildung 15 sieht man zunächst, daß R ab einer Energie von etwa 10 GeV einen konstanten Wert von etwa $R = 4$ annimmt. Man erkennt auch das sprunghafte Ansteigen des Wertes von R jeweils bei Erreichen einer Quarkschwelle.

Die auffälligen Resonanzen in dieser Abbildung kennzeichnen die Energien, bei denen ein gebundener Zustand aus zwei Quarks produziert werden kann. J/Ψ ist beispielsweise das Charmonium genannte Meson aus einem c - und einem \bar{c} -Quark (siehe auch Abschnitt 5.4.2).

5.3 3-Jet-Ereignisse

Die meisten der bei PETRA beobachteten Ereignisse waren 2-Jet-Ereignisse mit den oben beschriebenen Eigenschaften. In etwa 10-20% aller Fälle wurden jedoch drei hadronische Jets wie in der Aufnahme der JADE-Collaboration aus Abbildung 16 beobachtet.

Die Interpretation dieser 3-Jet-Events ist, daß eines der primären Quarks ein Gluon abstrahlt, das wiederum in Hadronen materialisiert. Dadurch wird wie bei der Hadronisierung von Quarks ein hadronischer Jet erzeugt. Die als Gluon-Bremsstrahlung bezeichnete Gluonabstrahlung wird durch die Reaktion

$$e^+e^- \longrightarrow q\bar{q}g \longrightarrow \text{Hadronen}$$

beziehungsweise die zugehörigen Feynman-Diagramme erster Ordnung in Abbildung 17 beschrieben.

Richtung und Energie des abgestrahlten Gluons variieren zwischen zwei Extrema. Man spricht von *weicher Bremsstrahlung*, wenn das Gluon unter einem kleinen Winkel abgestrahlt wird. In diesem Fall ist es sehr schwierig bis unmöglich, den durch das Gluon erzeugten Jet von dem des Quarks zu trennen, so daß ein solches 3-Jet-Ereignis wie ein 2-Jet-Ereignis erscheinen kann. Wird das Gluon hingegen in

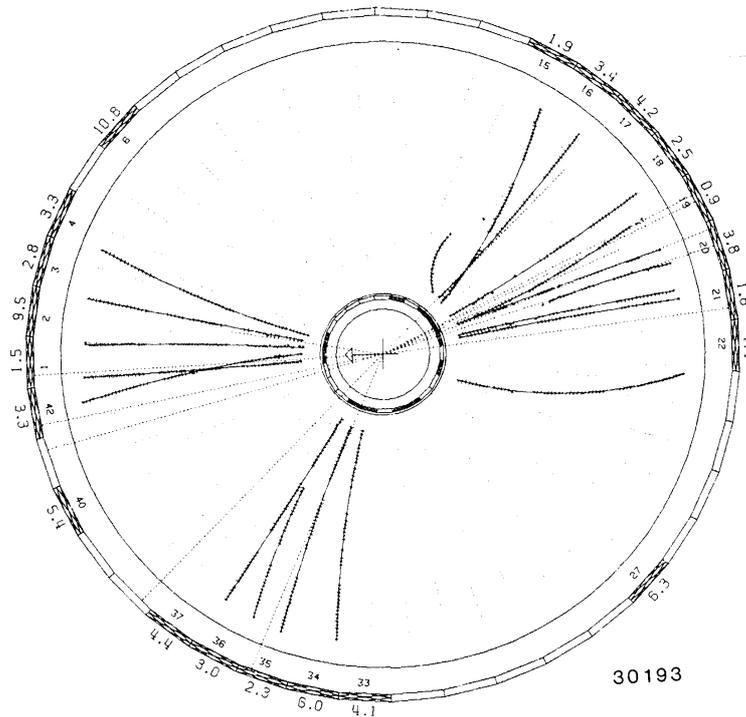


Abbildung 16: 3-Jet-Ereignis, Aufgenommen von der JADE-Collaboration bei PETRA, aus [Wu 1984]

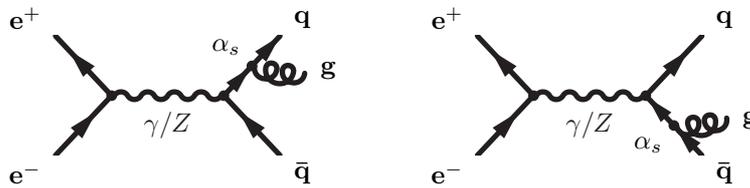


Abbildung 17: Feynman-Diagramme der Gluon-Bremstrahlung

einem großen Winkel abgestrahlt, spricht man von *harder Bremsstrahlung*, bei der drei räumlich deutlich getrennte Jets auftreten.

Die Beobachtung von 3-Jet-Events ist nicht durch die Erzeugung dreier Quarks erklärbar, weil dies die Erhaltung der Quantenzahl $B - L$ verletzen würde.⁶ Man wertet diese Ereignisse daher als Nachweis der Existenz des Gluons. Vergleiche von Monte-Carlo-Simulationen der erwarteten Ereignistopologien für 3-Quark- und $q\bar{q}$ -Gluon-Ereignisse mit den gemessenen Topologien bestätigen, daß der dritte Jet tatsächlich von einem Gluon stammt.

5.3.1 Bestimmung der starken Kopplungskonstanten

Der Vertex der Gluon-Abstrahlung in Abbildung 17 ist der erste Vertex, bei dem die Stärke der Kopplung durch die Kopplungskonstante der starken Wechselwirkung, α_s , gegeben ist. 3-Jet-Ereignisse ermöglichten daher erstmalig eine experimentelle Bestimmung von α_s .

Die Quantenelektrodynamik und die Quantenchromodynamik sind *renormierte*

⁶Während Baryonen- und Leptonenzahl jeweils nicht erhaltene Quantenzahlen sind, ist die Differenz $B - L$ in allen Wechselwirkung eine Erhaltungsgröße.

*Eichtheorien*⁷, die auf eine laufende Kopplungskonstante führen, deren Wert sich mit der Energie, bei der die Kopplung stattfindet, ändert. Der genaue Wert der Kopplungskonstanten kann nicht theoretisch vorhergesagt werden, es ist allerdings möglich, den Verlauf von α_s zu bestimmen. Die Starke Kopplungskonstante bei Impulsüberträgen Q^2 ist gegeben durch

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu_0^2)}{1 - \beta_0^s \alpha_s(\mu_0^2) \ln \frac{Q^2}{\mu_0^2}}. \quad (2)$$

Der Faktor β_0^s beinhaltet im Wesentlichen die Anzahl N_f der bei der Energieskala μ aktiven Quarkflavors und kann berechnet werden. μ_0 wird *Renormalisierungsskala* genannt. Es genügt offensichtlich, $\alpha_s(\mu_0^2)$ durch Messungen zu bestimmen, um den gesamten Verlauf von α_s vorherzusagen zu können. Häufig wird die Z -Masse m_Z als Renormalisierungsskala gewählt.

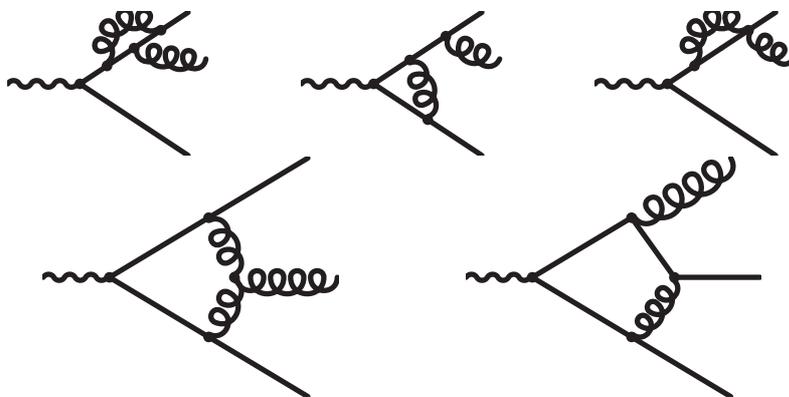


Abbildung 18: Feynman-Graphen höherer Ordnung für 3-Jet-Ereignisse

An Gleichung 2 sieht man, daß der Wert der starken Kopplungskonstanten bei hohen Energien gegen Null geht (positives β_0 vorausgesetzt, was gleichbedeutend ist mit $N_f < 17$). Dies wird als *asymptotische Freiheit* bezeichnet, da sich Quarks bei hohen Impulsüberträgen quasi wie freie Teilchen verhalten. Andererseits divergiert α_s bei kleinen Impulsüberträgen. Bei $Q = 1$ GeV ist bereits $\alpha_s = 0.5$. Zum Vergleich: Die Kopplungskonstante α der QED hat bei Energie Null den Wert $1/137$.

Der Bereich niedriger Energien wird daher auch der *nicht-perturbative Bereich der QCD* genannt, da eine störungstheoretische Entwicklung (beispielsweise von Wirkungsquerschnitten) in Potenzen von α_s nicht mehr möglich ist.

Zu erster Ordnung ist α_s aus der Anzahl der drei-Jet-Ereignisse bestimmbar. Für eine exaktere Bestimmung müssen höhere Ordnungen in der Entwicklung berücksichtigt werden. Ein großes Problem dabei ist, daß vollständige Rechnungen erst bis zur Ordnung α_s^2 existieren. Dies ist hauptsächlich in der Vielzahl an Graphen höherer Ordnung begründet, von denen Abbildung 18 eine kleine Auswahl zeigt.

Aus aktuellen Messungen kann man den in Abbildung 19 gezeigten Verlauf von α_s bestimmen. Man sieht deutlich den starken Anstieg der Kopplung zu niedrigen Energien hin. Die Daten stimmen sehr gut mit den theoretischen Vorhersagen überein und belegen deutlich das „running“ von α_s .

Von höchster Bedeutung für die Bestimmung von α_s ist es, den Wert der Kopplungskonstanten bei der Renormierungsskala möglichst präzise festzulegen. In Abbildung 20 ist ein sogenanntes *world summary* gezeigt, also eine Zusammenstellung

⁷Siehe u.a. Vortrag ‘Higgs-Suche’ von Stefan Kasselmann, http://www.physik.rwth-aachen.de/~fluegge/Higgssuche_Kasselmann.pdf

der Werte für $\alpha_s(M_Z)$, die von den wichtigsten Experimenten weltweit stammen. Man kann einen gemittelten Wert von

$$\alpha_s(M_Z) = 0.118 \pm 0.003$$

angeben. Es ist auffällig, daß die Unsicherheit im Wert der Kopplungskonstanten aus dem PETRA-Messungen (in Abbildung 20 gekennzeichnet mit $e^+e^- [\sigma_{\text{had}}]$) besonders groß ist. Hier kommt insbesondere die im Vergleich zu neueren Messungen geringe Statistik zum Tragen. Präzisere Werte kann man aus Experimenten zur tief inelastischen Streuung (beispielsweise von HERA) und aus Messungen der Z_0 -Breite bei LEP ($\Gamma(Z_0 \rightarrow \text{had.})$ [LEP]) erhalten.

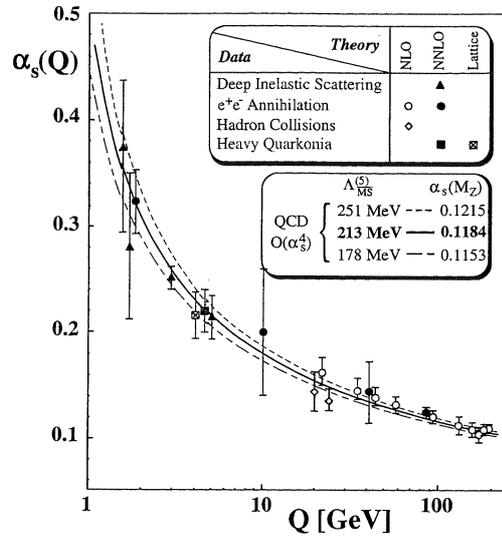


Abbildung 19: Verlauf von α_s , aus [Bet 2000]

5.3.2 Mehr-Jet-Ereignisse und Jetanalyse

Dieser Abschnitt war kein Thema des Seminarvortrages, wurde aber zumindest teilweise in der anschließenden Besprechung behandelt.

Wenn es 3-Jet-Ereignisse gibt, sollte es 4-Jet-Ereignisse und Events mit noch mehr Jets geben. Tatsächlich wurden schon bei PETRA einige 4-Jet-Ereignisse beobachtet. Ein Beispiel zeigt Abbildung 22. Solche Ereignisse können durch die Abstrahlung zweier Gluonen zustande kommen,

$$e^+e^- \longrightarrow q\bar{q} + gg,$$

oder dadurch, daß das primäre Gluon in ein $q\bar{q}$ -Paar aufspaltet

$$e^+e^- \longrightarrow q\bar{q} + g \longrightarrow q\bar{q} + q\bar{q}.$$

Eine dritte Möglichkeit für die Erzeugung von vier Jets besteht darin, daß aufgrund der Gluon-Selbstkopplung das primäre Gluon in zwei Gluonen zerfällt, die jeweils einen Jet erzeugen:

$$e^+e^- \longrightarrow q\bar{q} + g \longrightarrow q\bar{q} + gg$$

Letztere Ereignisse geben einen experimentellen Beweis für die von der QCD vorhergesagte Existenz eines Gluon-Dreiervertexes.

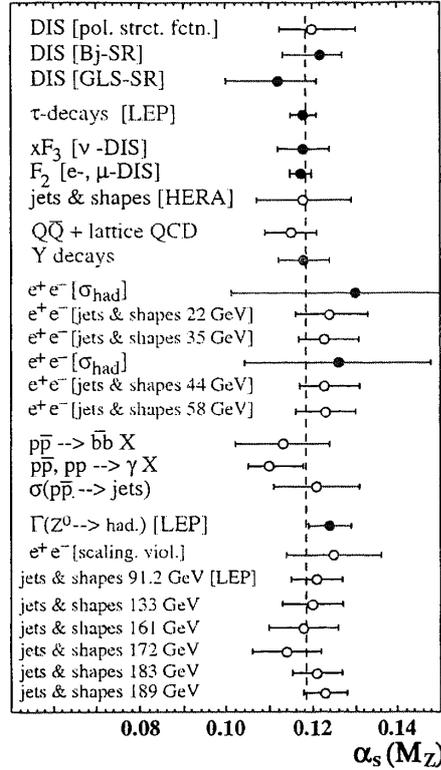


Abbildung 20: α_s bei der Z -Masse, aus [Bet 2000]

Mittlerweile gibt es auch experimentelle Hinweise auf die Existenz des Gluon-Vierervertexes, der rechts in Abbildung 21 gezeigt wird.

In Abbildung 22 werden die einzelnen Jets jeweils als Pfeile dargestellt. Mit bloßem Auge wäre es offensichtlich unmöglich, die beiden ‘nach oben’ gehenden Jets mit 4,6 GeV und 5,9 GeV als zwei getrennte Jets zu erkennen. Vielmehr würde man die Aufnahme vermutlich als 3-Jet-Ereignis identifizieren. Das Problem, daß zwei Teilchenbündel nicht klar trennbar sind, tritt auch bei 3-Jet-Ereignissen auf und kann mit vertretbarem Aufwand nur unter Zuhilfenahme von Computern gelöst werden.

Für die Jet-Analyse werden sogenannte *topologische Funktionen* oder auch *Event-Shape-Variablen* verwendet, die die Struktur der Ereignisse angeben. Sie wurden zunächst für die Analyse von 2-Jet-Ereignissen eingeführt.

Die Größe *Thrust* (T) gibt ein Maß für die Kollimation eines hadronischen Events an. Sie ist definiert als

$$T = \max_{\vec{n}} \left(\frac{\sum_i |\vec{p}_i \vec{n}|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \right)$$

Hier ist \vec{p}_i der Impuls des i -ten Hadrons im Endzustand. Der Richtungsvektor \vec{n} wird solange variiert, bis der Ausdruck für T maximal ist. T wird genau dann 1, wenn die Summen in Zähler und Nenner identisch sind, also nur dann, wenn alle Impulse genau parallel oder antiparallel zu \vec{n} sind. Das Ereignis ist dann ideal 2-jet-artig. Bei $T = 0,5$ liegt ein isotropes Ereignis vor, das keine Jet-Struktur aufweist. Neben dem Thrust gibt es weitere Ereignisformvariablen, mit deren Hilfe die Struktur hadronischer Ereignisse beschrieben werden kann.

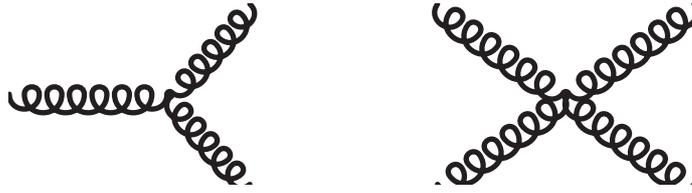


Abbildung 21: Gluon-Dreiervertex und Gluon-Vierervertex

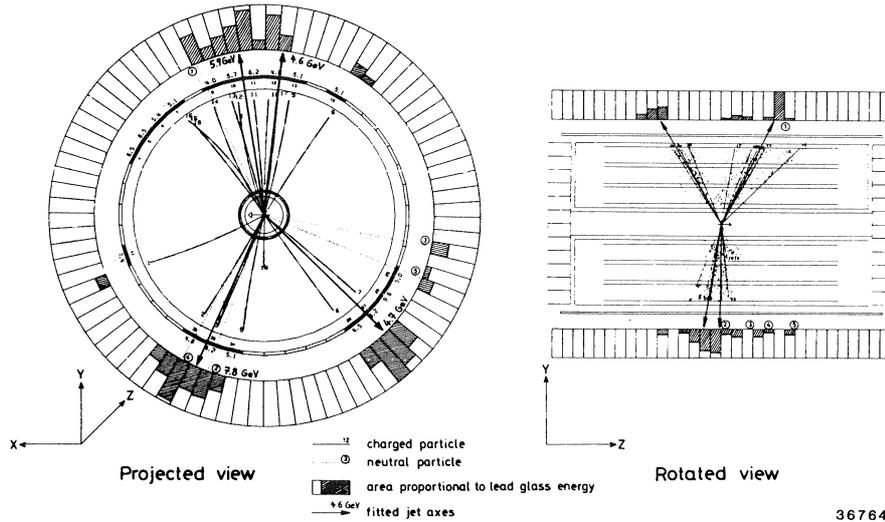


Abbildung 22: 4-Jet-Ereignis, aufgenommen von der JADE-Collaboration bei PETRA, aus [Wu 1984]

Um die Jet-Achsen und -Energien festzulegen, wird häufig der sogenannte *JADE-Algorithmus* verwendet. Bei diesem muß zuerst ein Auflösungsparameter y_{cut} festgelegt werden. Der Ablauf des Algorithmus ist dann in zwei Vorgänge unterteilt:

1. Für jedes Paar im Endzustand detektierter Teilchen i, j mit Energien E_i und E_j , Vierer-Impulsen p_i, p_j sowie Winkel θ_{ij} zwischen den Teilchen wird ein Abstandsmaß berechnet:

$$y_{ij} = \frac{2E_i E_j (1 - \cos \theta_{ij})}{S}$$

$\sqrt{S} = \sum_i E_i$ ist die sichtbare Gesamtenergie des Ereignisses.

2. Die beiden Teilchen mit dem kleinsten Abstandsmaß y_{ij} werden, sofern $y_{ij} < y_{cut}$ zu einem Pseudoteilchen k mit dem Viererimpuls $p_k = p_i + p_j$ zusammengefaßt.

Diese Schritte werden so lange durchgeführt, bis für alle Pseudoteilchen gilt, daß $y_{ij} > y_{cut}$. Die verbleibenden Pseudopartikel, die jeweils aus einem oder mehreren detektierten Hadronen bestehen, werden 'Jet' genannt. Ihre Anzahl hängt durch die Wahl des Wertes von y_{cut} ab. Je größer dieser Auflösungsparameter gewählt wird, desto geringer ist die Anzahl der Jets.

5.4 Weitere Tests der QCD

5.4.1 Der Gluonspin

In der QCD wird das Gluon als ein Vektorboson, also ein Boson mit Spin $S = 1$ betrachtet. Eine wichtige Aufgabe ist es daher, den Spin des Gluons zu bestimmen. Dies geschieht durch die Untersuchung der Topologien von 3-Jet-Ereignissen.

Man beschreibt dazu diese Ereignisse durch Energievariable x_1, x_2, x_3 , die den Anteil der Gesamtenergie angeben, den die einzelnen Jets tragen:

$$x_i = \frac{E_i}{E_e} \quad x_1 + x_2 + x_3 = 2 \quad x_1 > x_2 > x_3$$

Nach den Vorhersagen der QCD stammt Jet drei, d.h. der Jet mit der niedrigsten Energie, mit großer Wahrscheinlichkeit vom Gluon. Die Verteilungen in den Jet-Energien x_2 und x_3 hängen vom Spin des Gluons ab.

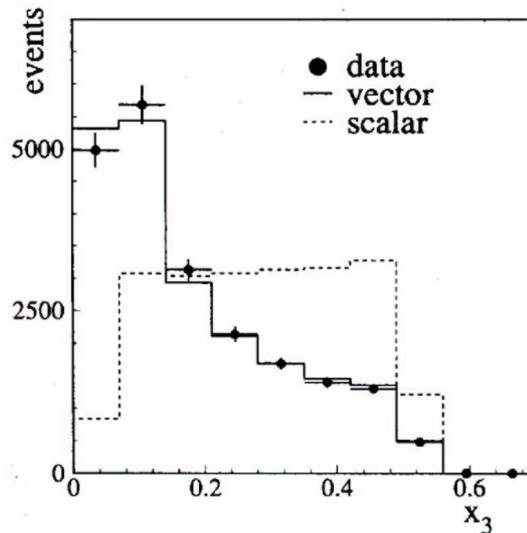


Abbildung 23: Vergleich der Verteilung der Energie des energieärmsten Jets für Gluonspin 0 und 1 mit experimentellen Ergebnissen (LEP-Daten aus [Heb 2000]).

In Monte-Carlo-Simulationen wurden die Verteilungen der Jet-Energien für Vektorbosonen und skalare Bosonen berechnet. Ein Vergleich dieser Resultate mit Ergebnissen der Experimente (Abbildung 23) zeigt, daß das Gluon ein Vektorboson ist.

5.4.2 Das Potential der QCD

Eine zentrale Aussage der QCD ist, daß das Potential der starken Wechselwirkung einen Coulomb-Anteil und einen linearen Anteil hat. Ein Ansatz zur Überprüfung dieser Theorie ist die Untersuchung Positronium-ähnlicher Systeme aus Quark und Antiquark einer Sorte. Positronium ist quasi ein Wasserstoffatom, bei dem das Proton gegen ein Positron ausgetauscht wurde. Systeme, bei denen Quark und Antiquark die Rolle von Elektron und Positron übernehmen, werden als *Quarkonium* bezeichnet. Ein Beispiel, das sich gut für Studien des QCD-Potentials eignet, ist das sogenannte Charmonium (gebundene $c\bar{c}$ -Zustände)

$$|J/\Psi\rangle = |c\bar{c}\rangle$$

Ebenso wie bei Wasserstoff und Positronium gibt es in Charmonium-Systemen Anregungszustände, die in Detektoren als Resonanzen mit höherer Energie registriert werden. Abbildung 24 zeigt die im PLUTO-Detektor am DESY gemessene Rate der hadronischen Ereignisse im Bereich der J/Ψ -Resonanz ($1S$) und des angeregten Zustandes Ψ ($2S$). Die Benennung der Zustände erfolgt nach den gleichen Regeln wie beim Wasserstoff-Atom.

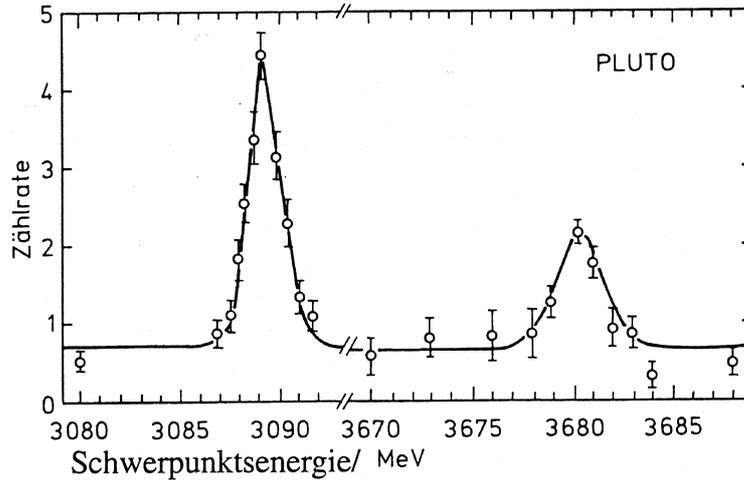


Abbildung 24: Rate der hadronischen Ereignisse im Bereich der $J/\Psi(1S)$ -Resonanz, aus [Ber 2001]

Auch bei Quarkonium-Systemen kann man ein Termschema erstellen, das die Lage der verschiedenen Energieniveaus zueinander bildlich darstellt. Das Termschema des Charmoniums ist in Abbildung 25 zu sehen.

Interessant ist nun ein Vergleich der Energieniveaus von Quarkonium mit Ergebnissen von Rechnungen in Potentialmodellen, so wie dies auch beim Wasserstoff-Atom durchgeführt wird. Unter Vernachlässigung relativistischer Korrekturen und von Spineffekten kann man von der Schrödingergleichung

$$\Delta\Psi + 2m'(E - V)\Psi = 0$$

ausgehen. Wie üblich ist m' die reduzierte Masse

$$m' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \stackrel{m_1=m_2=m_q}{=} \frac{m_q}{2}$$

Die Schrödingergleichung hat analytische Lösungen beispielsweise für das Coulomb-Potential und das Oszillatorpotential $V = \frac{1}{2}\kappa r^2$. Die S - und P -Zustände des Coulomb-Potentiales sind energetisch entartet, so daß man aus Abbildung 25 sofort ersehen kann, daß das QCD-Potential nicht (ausschließlich) coulombartig sein kann. Auch die Anregungsniveaus des Oszillatorpotentiales weisen signifikante Abweichungen von den Beobachtungen auf, auch wenn dieses Potential eine bessere Annäherung an das tatsächliche Potential bietet.

Für das QCD-Potential ist die Schrödingergleichung nur numerisch lösbar. Wenn man für die Kopplungskonstante $\alpha_s = 0.32$ und für die String-Spannung $\kappa = 1 \text{ GeV}/\text{fm}$ einsetzt, erhält man eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Energieniveaus.

Top-Quarks haben aufgrund ihrer großen Masse von etwa 175 GeV eine Lebensdauer von nur etwa $\tau_t = 10^{-25} \text{ s}$, so daß sie kein Quarkonium bilden, da diese

Zeit um ca. einen Faktor 1000 kleiner ist als die für einen Bahnlauf der Quarks benötigte Zeit.

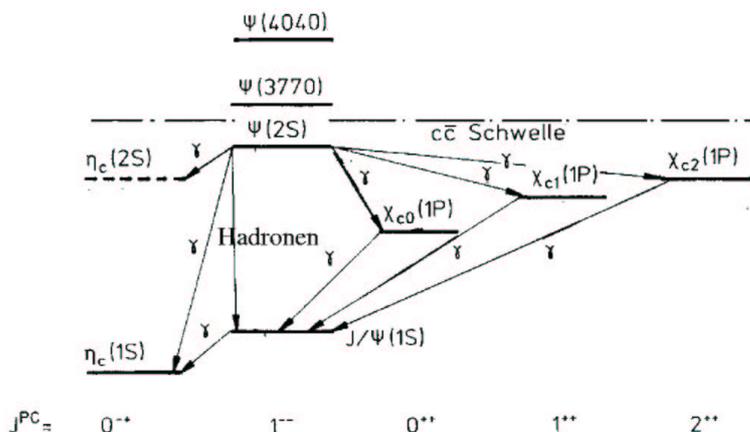


Abbildung 25: Termschema des Charmoniums, aus [Ber 2001]

Literatur

- [Ber 2001] Christoph Berger, *Elementarteilchenphysik*, Skriptum zur Vorlesung (2001)
- [Ben⁺ 1989] A.C. Benvenuti et al., *Physical Letters* **B223** (1989)
- [Heb 2000] Thomas Hebbeker, Vorlesung *Kern- und Elementarteilchenphysik*, HU Berlin (2000) http://www-eep.physik.hu-berlin.de/~hebbeker/lectures/sd01_ind.htm
- [PDG 2001] Particle Data Group, *The Review of Particle Physics* (2001) http://pdg.lbl.gov/2001/quarks_q000.pdf
- [PDG 1999] Particle Data Group, *The Particle Adventure* (1999) http://pdg.web.cern.ch/pdg/cpep/adventure_home.html
- [Pla 2000] Steve Playfer, Vorlesung *Particle Physics*, Frühjahr 2000, University of Edinburgh
- [Wu 1984] Sau Lan Wu, *e^+e^- -Physics at PETRA — The first five years*, *Physics Reports* **107** (1984)
- [Com 2001] Sebastian Commichau, *Die Entdeckung des Gluons*, Ausarbeitung zum Seminarvortrag (2001) <http://www.physik.rwth-aachen.de/~fluegge/VortragAus.ps>
- [Bet 2000] Siegfried Bethke, *Determination of the QCD coupling α_s* , MPI für Physik, München (2000)
- [Heb 1993] Thomas Hebbeker, *Tests of Quantum Chromodynamics in Hadronic Decays of Z^0 Bosons Produced in e^+e^- Annihilation*, Habilitationsschrift, Aachen (1993)